



**Интеллектуальный конкурс на кубок Главы города Челябинска  
«Олимпиада по математике, информатике и криптографии  
имени академика А.М. Ильина»**

7-8 классы

Максимальное количество баллов - 50

1. Назовём последовательность из нулей и единиц *правильной*, если в ней рядом с каждым нулём стоит единица. Какое наибольшее число нулей может быть в правильной последовательности длины 2018?

**ОТВЕТ:** 1345.

**РЕШЕНИЕ**

Заметим, что в правильной последовательности каждая тройка подряд идущих элементов содержит хотя бы одну единицу. Следовательно, наименьшее число единиц в искомой последовательности:  $\left\lceil \frac{2018}{3} \right\rceil + 1 = 673$ . Осталось показать, что существует правильная последовательность с 1345 нулями. Вот она:

0 100 100 100 . . . 100 1.

2. Клетчатый квадрат  $20 \times 20$  перегибали по линиям сетки пока не получился квадратик  $1 \times 1$ . У полученного квадратика отрезали один из уголков (треугольничек площади 0,1). На сколько частей распадется этот треугольничек при разворачивании? Какова их суммарная площадь (укажите все возможные ответы)?

**ОТВЕТ:** Площадь равна 40. Число частей: 121, 110 или 100.

**РЕШЕНИЕ**

Покрасим горизонтальные линии сетки, чередуя цвета, в красный и черный цвет: нижнюю – в красный, следующую линию – в черный, и т.д.; верхняя окажется красной, и будет 11 красных и 10 черных линий. Аналогично, вертикальные линии покрасим в синий-зеленый цвета (самая левая и самая правая пусть будут синими, тогда будет 11 синих и 10 зеленых линий). Заметим, что при складывании прямоугольника по линиям сетки, все линии накладываются на линии того же цвета. Поэтому в единичном квадратике все его стороны будут состоять из линий одного цвета.

Пусть был отрезан уголок с красной и синей сторонами. Это значит, что на исходном квадрате отрезаны все красно-синие узлы. Таких узлов 121. Аналогично, для красно-зеленого (или для черно-синего) уголка, будет 110 узлов, а для черно-зеленого – 100.

Площади: При складывании, площадь квадрата уменьшилась в 400 раз. Поэтому малый квадратик состоит из 400 слоев, и их суммарная площадь во столько же раз большего площади отрезанного кусочка.

3. Советские разведчики пользовались следующей системой секретной передачи сообщений в Катаре. Все сообщения определены заранее и пронумерованы числами 1, 2, 3, ... . Разведчик, обладающий феноменальной памятью, полностью запоминал соответствие между сообщениями и их номерами. Теперь для того, чтобы передать информацию, достаточно было сообщить ему лишь соответствующее число.

Для передачи числа в условленном месте оставлялась равная этому числу денежная сумма. На момент разработки операции в Катаре имели хождение денежные купюры достоинством 1, 3, 7 и 10 катарских риалов. Однако, в результате денежной реформы купюры достоинством 1 и 3 реала были изъяты из обращения. Выясните, начиная с какого номера можно передать

разведчику любое сообщение, пользуясь только оставшимися в обращении купюрами.

**ОТВЕТ:** Начиная с 54.

**РЕШИНИЕ**

Возможен перебор, какие числа можно составить суммируя 7 и 10. Очевидно, что надо начинать с 17, так как меньше мы не можем составить. Дальше можно построить систему составления чисел.

4. Все три основных параметра Пети (Здоровье, Сила и Мудрость) равны 100. Петя имеет артефакт «Неиссякаемая фляга глупости» с волшебным напитком «Какоколя» и 168 золотых монет. Один глоток волшебного напитка увеличивает выбранный параметр на 10%, но при этом каждый из двух других параметров уменьшается также на 10% (если новый параметр оказывается нецелым, то он округляется до ближайшего меньшего целого числа). Потратив одну монету, Петя может перевести одно очко любого параметра в одно очко другого. Сможет ли Петя с помощью напитка и монет поднять все три параметра до значений, не меньших 112?

**ОТВЕТ:** Сможет.

**РЕШЕНИЕ**

Одиннадцатикратное применение напитка дает следующие значения параметров:

110, 90, 90

121,81,81

133,72,72

146,64,64

160, 57,57

176,51,51

193,45,45

212,40,40

233,36,36

256,32,32

281,28,28, и, потратив все монеты, получим 113,112,112.

5. Робот Совунья любит порядок во всём. В её алфавите 6 букв: А, Б, В, Г, Д, Е. Слова длиной не более чем три буквы. Сколько слов в словаре Совуньи? Каким по счёту в словаре Совуньи идёт слово «ЕДА»? Научите Совунью быстро, без перебора, только по длине слова и буквам находить номер каждого слова в словаре.

Например, слово А первое по счёту, потому что оно длины 1 и начинается на А. Слово АА 7-е по счёту, потому что оно первое среди слов длины 2.

**РЕШЕНИЕ**

- Для определения количества слов в словаре Совуньи необходимо посчитать сколько будет слов длины 1, длины 2, длины 3 и сложить их количество:  $6 + 36 + 216 = 256$ .
- Определим сколько слов стоит перед словом «ЕДА»:  $6 + 36 + 5 \cdot 36 + 4 \cdot 6 = 246$ . Значит слово «ЕДА» идет 247 в алфавите Совуньи.