



Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет»  
Математический факультет

**Интеллектуальный конкурс на кубок Главы города Челябинска  
«Олимпиада по математике, информатике и криптографии  
имени академика А.М. Ильина»**

**5-6 классы**

*Максимальное количество баллов – 31*

***Заключительный тур***

1. (3 балла) Найдите такое натуральное число  $x$ , что

$$\text{НОК}(x, 6) - 2\text{НОД}(x, 6) = 2020$$

**Ответ:**  $x = 337$ .

2. (5 баллов) Незнайка хочет выбрать из натуральных чисел от 2 до 13 несколько чисел так, чтобы сумма никаких двух выбранных чисел не была квадратом целого числа. Какое наибольшее количество чисел могло получиться у Незнайки?

**Ответ:** Максимальное количество чисел – 7. Пример: 2, 9, 13, 6, 4, 11, 8.

3. (7 баллов) Трехзначное число-палиндром  $A$  есть разность двух четырехзначных чисел палиндромов. Найдите все возможные значения  $A$ . (Число называется палиндромом, если одинаково читается слева направо и справа налево).

**Ответ:**  $A=121$ . Пример:  $2112-1991=121$ .

4. (4 балла) Три отдела лаборатории Касперского успешно обнаружили 113 вирусов. В первом отделе каждый сотрудник обнаружил по 13 вирусов, во втором – по 5, в третьем – по 4. Сколько сотрудников работает в каждом отделе, если всего в лаборатории Касперского 16 сотрудников.

**Ответ:** В первом отделе работает 5 сотрудников, во втором – 4, в третьем – 7.

5. (3 балла) Для доступа к управлению космическим аппаратом необходимо связаться по телефону с сервером и набрать семизначный пароль. После первой же неправильно набранной цифры пароля сервер прерывает телефонное соединение. Как надо действовать, чтобы за наименьшее количество попыток гарантированно подобрать пароль?

**Ответ:** Цифры пароля будем подбирать последовательно. Свяжемся с сервером и наберем цифру 0. Если связь не оборвалась, то первая цифра пароля – 0. Если связь прервана, то первая цифра отлична от 0 и, связываясь

заново с сервером, пробуем набрать 1 и т.д. Не позднее чем через девять звонков мы будем точно знать какая цифра стоит на первом месте в пароле и сможем перейти к подбору второй цифры и т.д. Общее количество звонков, которое понадобится для выяснения пароля, не более  $7 \cdot 9 = 63$ . Еще один звонок может понадобиться для получения доступа после полного выяснения пароля. Заметим, что если бы решение о доступе или отказе принималось только после ввода *всего* пароля, то система защиты была бы гораздо надежнее - последовательный подбор был бы невозможен и потенциально пришлось бы перебирать все  $10^7$  вариантов пароля.

6. (4 балла) Миша составляет 5-буквенные слова, в которых есть только буквы И, Н, Ф, О, Р, М. При этом первая и последняя буквы кодового слова являются гласными, а буква Н может появиться на втором месте или не появиться вовсе. Все остальные буквы можно использовать произвольное количество раз. Сколько различных слов (не обязательно осмысленных) может составить Миша?

**Ответ:** Таких различных слов можно составить 600.

7. (5 баллов) На вход роботу подается трехзначное число. По этому числу он строит новое число по следующим правилам:
- 1) Складываются первая и вторая, а также вторая и третья цифры исходного числа.
  - 2) Полученные два числа записываются друг за другом в порядке убывания (без разделителей).

*Пример.* Исходное число: 843. Суммы:  $8 + 4 = 12$ ;  $4 + 3 = 7$ . Результат: 127.

Сколько существует чисел, в результате обработки которых автомат выдаст число 1411?

**Ответ:** Всего существует 10 таких чисел.