



Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет»
Математический факультет

**Интеллектуальный конкурс на кубок Главы города Челябинска
«Олимпиада по математике, информатике и криптографии
имени академика А.М. Ильина»**

7-8 классы

Максимальное количество баллов – 30

Заключительный тур

1. (3 балла) Какое наименьшее значение может принимать число c , если

$$2 \begin{cases} a + b + c = 1, \\ a^2 + b^2 + c^2 = 1. \end{cases}$$

Ответ: $a = \frac{2}{3}, b = \frac{2}{3}, c = -\frac{1}{3}$.

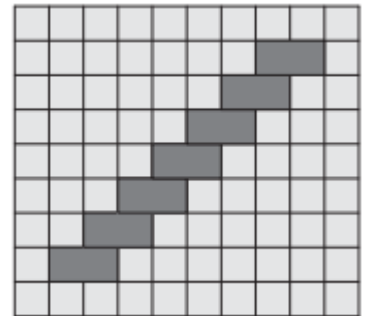
2. (5 баллов) Рассмотрим дроби

$$\frac{1}{2019}, \frac{2}{2018}, \frac{3}{2017}, \dots, \frac{2019}{1}.$$

Сколько из них являются несократимыми?

Ответ: 800 дробей являются несократимыми.

3. (7 баллов) Незнайка зачем-то разместил на доске 9×10 семь доминошек 2×1 , как показано на картинке. После этого он задумался, а какое максимальное количество доминошек он еще сможет там разместить без наложений, не вылезая за границы доски. Помогите Незнайке.



Ответ: Максимальное количество доминошек – 36.

4. (3 балла) В агентурной сети для идентификации шпионов использовали следующую схему: для идентификации шпиону необходимо найти три различных натуральных числа x, y, z при условии, что они удовлетворяют уравнению $z^3 = tx + ny$ для различных натуральных t и n . Найдите такие числа x, y, z , чтобы успешно пройти идентификацию шпиона.

Ответ: $z = t + n, x = t^2 + 3n^2, y = n^2 + 3t^2$.

5. (4 балла) В волшебном банке Гринготтс есть два вида сейфов. Первый

вид сейфа открывается, если каждый из восьми его кодовых дисков установить в нужное положение, каждый диск имеет 100 положений. Второй вид сейфа содержит 100 переключателей по два положения у каждого. Сейф открывается только при установке каждого переключателя в нужное положение. Какой сейф стоит выбрать Лестренджам для надежного хранения своих драгоценностей и почему?

Ответ: Вторым сейфом надежнее, потому что число комбинаций у него 2^{100} , а это больше, чем у первого сейфа (для первого число комбинаций равно 100^8).

6. (3 балла) У исполнителя Прибавлятор три команды:

- 1) прибавь 3
- 2) прибавь 4
- 3) прибавь 5

Первая из них увеличивает число на экране на 3, вторая – на 4, третья – на 5. Сколько различных чисел можно получить из числа 1 с помощью программы, которая содержит ровно 6 команд?

Ответ: Всего 13 различных чисел можно получить из числа 1.

7. (5 баллов) На вход автомату подается целое двоичное число N . Автомат обрабатывает заданное число по следующему алгоритму:

- 1) Формируется новое число по следующему правилу: из исходного числа удаляется первая слева единица и все следующие непосредственно за ней нули. Если после этого в числе не остаётся цифр, результат этого действия считается равным нулю.
- 2) Новое число вычитается из исходного.
- 3) Полученная разность переводится в десятичную запись и выводится на экран.

Пример. Дано число $N = 1011$. Алгоритм работает следующим образом.

- 1) Удаляется первая единица и следующий за ней ноль: 11.
- 2) Вычисляется разность $1011 - 11 = 1000$
- 3) При переводе полученной разности в десятичную систему счисления получим число 8.

Перечислите все различные значения, которые будут показаны на экране автомата при последовательном вводе всех целых двоичных чисел от 10_2 до 11100_2 ?

Ответ: 2, 4, 8, 16.