Задачи по курсу "Дифференциальные уравнения"
Составитель — доцент кафедры ТУиО, к. ф.-м. наук Алеева С.Р.

Тема № 1: *Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной*

Включены следующие типы уравнений :

1. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Однородные уравнения.
3. Уравнения, сводящиеся к однородным.
4. Линейные уравнения первого порядка.
5. Уравнения Бернулли.
6. Уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель.

1.1. Решить:

1) $y' = \mathrm{tg}^2(y + x)$, при условии $y(0) = \pi$
2) $y' = \mathrm{tg}(y + x) - 1$, при условии $y(\pi) = 0$
3) $dy - \sin(y - x)dx = 0$, при условии $y(2\pi) = 2\pi$
4) $y' = (y + 2x - 1)(y + 2x - 4)$, при условии $y(2) = 0$
5) $y' = (y + x + 3)(y + x + 1)$, при условии $y(0) = 0$
6) $y' = (3x - y + 2)^2 - 1$, при условии $y(0) = 3$
7) $y' = (x + y + 4)^2$, при условии $y(0) = -3$
8) $y' = (y - 4x + 3)^2$, при условии $y(0) = -4$
9) $y' = \sqrt{2x - y + 3} + 2$, при условии $y(-1) = 1$
10) $y' = \sqrt[3]{2x - y} + 2$, при условии $y(1) = 2$
11) $y' - (x + y)\ln(x + y + 5) = \ln(x + y + 5)^5 - 1$, при условии $y(0) = e - 5$
12) $\cos y dy - (1 + \cos x)\sin y dx = 0$
13) $(y + x - 3)^2 dy - (2 - y - x)^2 dx = 0$
14) $(y - 4x - 2)^2 dy = (2y - 8x - 3)^2 dx$
15) $(x + 1)dy - [(x^2 - 2)\ln y^y]dx = y\ln y dx$

16) $y'(x+2)^2(x-3)\left(\ln y - 2y^2\sin y^2 + \dfrac{\sin y^2}{2y^2}\right) = 25$

17) $2\sin^2 x(\dfrac{1}{y^2-1} + 2^{y-1}\ln 2)dy - (x\sin^3 x + \cos x)dx = 0$

18) $x(x+3)^2(\cos^2 y - y\sin 2y + 4y + 3)dy - (2x^2 + 9x + 9)dx = 0$

19) $x^2\cos^2 x(y(1-\sin y) - 2\sin y + 3)dy - (y+2)(x^2+\cos^2 x)dx = 0$

20) $(1+x^2)(\cos(\ln y) - 2y^2\sin y^2)\sin x dy - y[(1+x^2)\cos x + \sin x]dx = 0$

1.2. Решить:

1) $y' = \dfrac{y^2-2xy-x^2}{y^2+2xy-x^2}$, при условии $y(1) = -1$

2) $(y - y'x)\operatorname{arctg}\dfrac{y}{x} = x$, при условии $y(1) = 0$

3) $2xydx = (3x^2 - y^2)dy$, при условии $y(0) = 1$

4) $\dfrac{y - xy'}{x + yy'} = 2$, при условии $y(1) = 1$

5) $(x^2 + 3xy + 3y^2)dx = (x^2 + 2xy)dy$

6) $\dfrac{dx}{x^2 - xy + y^2} = \dfrac{dy}{2y^2 - xy}$

7) $\dfrac{2xdx}{y^3} + \dfrac{y^2 - 3x^2}{y^4}dy = 0$

8) $\left(x - y\cos\dfrac{y}{x}\right)dx + x\cos\dfrac{y}{x}dy = 0$

9) $(1 + e^{x/y})dx + e^{x/y}\left(1 - \dfrac{x}{y}\right)dy = 0$

10) $y' = \dfrac{y^2}{x^2} - 2$

11) $y' = \dfrac{x^2 + xy + y^2}{x^2}$

12) $y' = \dfrac{y^2 + xy - x^2}{y^2}$

13) $y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 6\dfrac{y}{x} + 6$

14) $3y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 8\dfrac{y}{x} + 4$

18) $xy' = \dfrac{3y^3 + 6yx^2}{3x^2 + 2y^2}$

19) $y' = \dfrac{x+y}{x-y}$

20) $y' = \dfrac{x+2y}{2y-x}$

21) $\dfrac{xy' - y}{x} = \operatorname{tg}\dfrac{y}{x}$

22) $y' = e^{y/x} + \dfrac{y}{x}$

15) $x^3y' = y(y^2+x^2)$

16) $y'\sqrt{x} = \sqrt{y-x}+\sqrt{x}$

17) $xdy - ydx = x\sqrt{x^2+y^2}dx$

23) $(8y+10x)dx+(5y+7x)dy=0$

24) $y(y-xy') = \sqrt{x^4+y^4}$

25) $xy' = \sqrt{2x^2+y^2}+y.$

1.3. Решить:

1) $y' = \dfrac{2y-x-5}{2x-y+4}$

2) $y' = \dfrac{2x+3y-5}{5x-5}$

3) $y' = \dfrac{x+8y-9}{10x-y-9}$

4) $y' = \dfrac{x+2y-3}{2x-2}$

5) $y' = \dfrac{3y-x-4}{3x+3}$

6) $y' = \dfrac{2y-2}{x+y-2}$

7) $y' = \dfrac{2x+y-3}{x-1}$

8) $y' = \dfrac{x+7y-8}{9x-y-8}$

9) $y' = \dfrac{3y+3}{2x+y-1}$

10) $y' = \dfrac{x+3y+4}{3x-6}$

11) $y' = \dfrac{x+2y-3}{4x-y-3}$

12) $y' = \dfrac{x-2y+3}{-2x-2}$

13) $y' = \dfrac{x+y-2}{3x-y-2}$

14) $y' = \dfrac{x+y-2}{y-x-4}$

15) $y' = \dfrac{(1+y)^2}{x(1+y)-x^2}$

16) $y' = \dfrac{1}{2}\sqrt{x}+\sqrt[3]{y}$

17) $(x^2y^2-1)y'+2xy^3=0$

18) $(2y+xy^3)dx+(x+x^2y^2)dy=0$

19) $y' = \dfrac{2x-y+1}{x-2y+1}$

20) $(x+y-1)dx = (2x+2y-1)dy$

21) $y' = \dfrac{2(y+2)^2}{(x+y-1)^2}$

22) $y' = \dfrac{y^3}{2(xy^2-x^2)}$

23) $xy' = x\sqrt{y-x^2}+2y$

24) $(1-xy+x^2y^2)dx = x^2dy$

1.4. Решить:

1) $t(1+t^2)dx = (x+xt^2-t^2)dt$, при условии $x(1) = -\dfrac{\pi}{4}$

2) $xy' - \dfrac{y}{1+x} = x$, при условии $y(1)=0$

3) $y' = y\operatorname{tg}x+\sec x$, при условии $y(0)=0$

4) $y' - \dfrac{y}{1-x^2} = 1+x$, при условии $y(0)=1$

5) $y' = 3x^2y+x^5+x^2$, при условии $y(0)=1$

6) $xy'+y-e^x=0$, при условии $y(a)=b$

7) $(x+1)y'+ny = e^x(x+1)^{n+1}$

8) $y' = \dfrac{y}{2y\ln y + y - x}$

9) $x(y - y') = (1 + x^2)e^x$

10) $y' + y\cos x = \sin x\cos x$

11) $y' + ay = e^{mx}$

12) $(2x - y^2)y' = 1$

13) $x(x^2 + 1)y' + y = x(1 + x^2)^2$

14) $(x - 2xy - y^2)dy + y^2dx = 0$

15) $(x^2 + 1)y' - 2xy = (1 + x^2)$

16) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{x\cos y - \sin 2y}$

17) $y' = e^{2x} - e^x y$

18) $xy' = \cos x - y$

19) $ydx = (y^3 - x)dy$

20) $y\sin x + y'\cos x = 1$

21) $x^2dy + (3 - 2xy)dx = 0$

22) $2ydx + (y^2 - 6x)dy = 0$

23) $y' + \dfrac{1 - 2x}{x^2}y = 1.$

1.5. Решить:

1) $2y' + y\cos x = y^{-1}\cos x(1 + \sin x)$, при условии $y(0) = 1$

2) $2xy' - 3y = -(5x^2 + 3)y^3$, при условии $y(1) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

3) $3xy' + 5y = (4x - 5)y^4$, при условии $y(1) = 1$

4) $3y' + 2xy = 2xy^2e^{-2x^2}$, при условии $y(0) = -1$

5) $2y' + 3y\cos x = e^{2x}(2 + 3\cos x)y^{-1}$, при условии $y(0) = 1$

6) $xy' - y = -y^2(\ln x + 2)\ln x$, при условии $y(1) = 1$

7) $3(xy' + y) = y^2\ln x$, при условии $y(1) = 3$

8) $y' - y\,\mathrm{tg}\,x + y^2\cos x = 0$

9) $xdx = \left(\dfrac{x^2}{y} - y^3\right)dy$

10) $yy'\sin x = \cos x(\sin x - y^2)$

11) $ydy - \dfrac{ay^2}{x^2}dx = \dfrac{bdx}{x^2}$

12) $xy' - 4y - x^2\sqrt{y} = 0$

13) $y - y'\cos x = y^2\cos x(1 - \sin x)$

14) $y' + \dfrac{2y}{x} = \dfrac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}$

15) $y' + x\sqrt[3]{y} = 3y$

16) $y' + 2xy = 2x^3y^3$

17) $y' = \dfrac{y^2 - x}{2y(x + 1)}$

18) $y^{n-1}(ay' + y) = x$

19) $y' + \dfrac{y}{x + 1} + y^2 = 0$

20) $y' - y + y^2\cos x = 0$

21) $xy' + y = y^2\ln x$

22) $y' = x\sqrt{y} + \dfrac{xy}{x^2 - 1}$

23) $y^2 = (xyy' + 1)\ln x$

1.6. Решить:

1) $(x^2-\sin^2 y)dx + x\sin 2y dy = 0$

2) $xdy + ydx + y^2(xdy - ydx) = 0$

3) $(x^2+y^2+2x)dx + 2ydy = 0$

4) $\dfrac{xdx+ydy}{\sqrt{x^2+y^2}} = \dfrac{ydx-xdy}{x^2}$

5) $(x^2+y^2+y)dx = xdy$

6) $y' = \dfrac{3x^2}{x^3+y+1}$

7) $(x^2-y)dy + x(y+1)dx = 0$

8) $xy' + 1 = e^{x-y}$

9) $(x^2+y)dx - xdy = 0$

10) $y(1+xy)dx - xdy = 0$

11) $yx^{y-1}dx + x^y \ln x dy = 0$

12) $x^2y^3 + y + (x^3y^2 - x)y' = 0$

13) $\dfrac{y}{x}dx + (y^3 - \ln x)dy = 0$

14) $(2xy^2 - y)dx + (y^2 + x + y)dy = 0$

18) $(x\cos y - y\sin y)dy + (x\sin y + y\cos y)dx = 0$

19) $\left(2xy + x^2y + \dfrac{y^3}{3}\right)dx + (x^2+y^2)dy = 0$

20) $\left[\dfrac{1}{x} - \dfrac{y^2}{(x-y)^2}\right]dx + \left[\dfrac{x^2}{(x-y)^2} - \dfrac{1}{y}\right]dy = 0$

21) $\left(x\cos\dfrac{y}{x} + y\sin\dfrac{y}{x}\right)ydx + \left(x\cos\dfrac{y}{x} - y\sin\dfrac{y}{x}\right)xdy = 0$

22) $(2xy - \ln(y+1) + 2x - y\ln(y+1))dx - xdy - ydx = 0$

23) $(\cos x - x\sin x)ydx + (x\cos x - 2y)dy = 0$

24) $(x^2+1)(2xdx + \cos y dy) = 2x\sin y dx$

25) $(2x^3y^2 - y)dx + (2x^2y^3 - x)dy = 0$

Тема № 2: *Линейные уравнения с постоянными коэффициентами, системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами.*

Включены следующие типы задач :

1. Построение линейного однородного уравнения
2. Неоднородные линейные уравнения со специальной правой частью
3. Решение линейного неоднородного уравнения методом вариации постоянной

4. Однородная система линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

5. Экспонента матрицы.

2.1. Построить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами (возможно более низкого порядка), имеющее частные решения:

1) $y_1 = 2xe^{-x}, \quad y_2 = -xe^{-2x}$	11) $y_1 = 4\cos x, \quad y_2 = -\sin x$
2) $y_1 = x\,\mathrm{sh}\,8x, \quad y_2 = e^{8x}$	12) $y_1 = x^4 + x^2, \quad y_2 = -1$
3) $y_1 = \cos x - \sin 2x$	13) $y_1 = e^{-x} + e^{2x}, \quad y_2 = 5 - x^2$
4) $y_1 = x^2e^x, \quad y_2 = 9$	14) $y_1 = xe^{3x}\sin 3x, \quad y_2 = e^{3x}\cos 3x$
5) $y_1 = x^4e^{-2x} - 3x^2e^{-2x}$	15) $y_1 = x^3, \quad y_2 = x^5, \quad y_3 = 2$
6) $y_1 = 2\,\mathrm{sh}\,x, \quad y_2 = x\,\mathrm{ch}\,x$	16) $y_1 = 2x^2 - 3, \quad y_2 = e^{4x}$
7) $y_1 = 7, \quad y_2 = 5x, \quad y_3 = x^2e^x$	17) $y_1 = x\sin 2x, \quad y_2 = x\cos 2x$
8) $y_1 = x + e^{-x}, \quad y_2 = -e^{-2x}$	18) $y_1 = \cos 6x - 1, \quad y_2 = 5x$
9) $y_1 = x\sin 4x\cos 4x$	19) $y_1 = \sin 2x - \cos 4x$
10) $y_1 = 10xe^{-x}, \quad y_2 = x^2e^{-x}$	20) $y_1 = 2\,\mathrm{sh}\,x - 4\,\mathrm{ch}\,x, \quad y_2 = xe^{-x}$.

2.2. Решить:

1) $y^{(IV)} + 8y'' + 16y = \cos 2x$

2) $y^{(IV)} - y = xe^x + \cos x$

3) $y^{(IV)} - 2y'' + y = 8(e^x + e^{-x}) + 4(\sin x + \cos x)$

4) $y'' - 4y' + 4y = \sin 2x + x$	15) $y''' - y'' - 9y' + 9y = (12 - 16x)e^x$
5) $y'' - 4y' + 4y = \sin 2x\cos 2x$	16) $y''' + y'' - y' - y = (8x + 4)e^x$
6) $y'' - 4y' + 4y = \mathrm{sh}\,2x$	17) $y''' + 4y'' + 5y' + 2y = (12x + 16)e^x$
7) $y'' - 4y' + 4y = \mathrm{sh}\,x + \sin x$	18) $y''' - 5y'' + 8y' - 4y = (2x - 5)e^x$
8) $y'' + y = \mathrm{ch}\,x$	19) $y''' - 3y' + 2y = -4xe^x$
9) $y'' + y = \sin x - 2e^{-x}$	20) $y''' + y'' - 2y' = (6x + 5)e^x$
10) $2y'' + 5y' = 5x^2 - 2x - 1$	21) $y''' + 2y'' + y' = (18x + 21)e^{2x}$
11) $2y'' + 5y' = 100xe^{-x}\cos x$	22) $y''' - 3y' + 2y = (4x + 9)e^{2x}$
12) $2y'' + 5y' = 3\,\mathrm{ch}\,\frac{5}{2}x$	23) $y''' - 3y' + 2y = (12x + 14)e^{2x}$
13) $y''' - 3y'' + 4y = (16x - 21)e^{-x}$	24) $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = 2x + 3$
14) $y''' - y'' - 2y' = (6x - 11)e^{-x}$	25) $y''' - 3y' + 2y = e^{-x}(4x^2 + 4x - 10)$

2.3. Решить, используя метод вариации постоянной:

1)	$y'' + \dfrac{y}{\pi^2} = \dfrac{1}{\pi^2 \cos \dfrac{x}{\pi}}$	10)	$y'' - 9y' + 18y = \dfrac{9e^{3x}}{1+e^{-3x}}$
2)	$y'' + \pi^2 y = \dfrac{\pi^2}{\cos \pi x}$	11)	$y'' - 3y' = \dfrac{9e^{-3x}}{3+e^{-3x}}$
3)	$y'' + \pi^2 y = \dfrac{\pi^2}{\sin \pi x}$	12)	$y'' + 3y' = \dfrac{9e^{3x}}{3+e^{3x}}$
4)	$y'' + 4y = 8 \operatorname{ctg} 2x$	13)	$y'' - y' = \dfrac{e^{-x}}{2+e^{-x}}$
5)	$y'' + y = 4 \operatorname{ctg} x$	14)	$y'' - 6y' + 8y = \dfrac{4}{1+e^{-2x}}$
6)	$y'' + y + \operatorname{ctg}^2 x = 0$	15)	$y'' - 6y' + 8y = \dfrac{4}{2+e^{-2x}}$
7)	$y'' + 9y = \dfrac{9}{\cos 3x}$	16)	$y'' - y' = e^{2x}\sqrt{1-e^{2x}}$
8)	$y'' + 9y = \dfrac{9}{\sin 3x}$	17)	$y'' - y' = e^{2x} \cos e^{x}$
9)	$y'' + 4y = \sin^3 x$	18)	$y'' + y = 24 \sin^4 x$

2.4. Решить систему $\dot{x} = Ax$:

1. $A = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 2 \\ 6 & -4 & 4 \\ 4 & -4 & 5 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 1,\ \lambda_2 = 2,\ \lambda_3 = 3.$

2. $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 1,\ \lambda_{2,3} = 0.$

3. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 0, \lambda_{2,3} = 1.$

4. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = -1,\ \lambda_2 = 1,\ \lambda_3 = 2.$

5. $A = \begin{pmatrix} 7 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = -1,\ \lambda_{2,3} = 1.$

6. $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$, $\lambda_{1,2,3} = 0$.

7. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = 2$.

8. $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 3$, $\lambda_{2,3} = -1$.

9. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 4 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 2$, $\lambda_3 = 5$.

10. $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \\ -6 & -3 & 9 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 14$, $\lambda_{2,3} = 0$.

11. $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & -6 & 13 \\ -1 & -4 & 8 \end{pmatrix}$, $\lambda_{1,2,3} = 1$.

12. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 2$, $\lambda_{2,3} = 3 \pm i$.

13. $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 1$, $\lambda_{2,3} = 0$.

14. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, $\lambda_{1,2,3} = -1$.

15. $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ -2 & -1 & 2 \\ -3 & -2 & 3 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 1$, $\lambda_{2,3} = \pm i$.

16. $A = \begin{pmatrix} 7 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = -1,\ \lambda_{2,3} = 1.$

17. $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = -1,\ \lambda_{2,3} = 1.$

18. $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ -3 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = -2,\ \lambda_{2,3} = -1 \pm 2i.$

19. $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 3,\ \lambda_{2,3} = -1.$

20. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 0,\ \lambda_{2,3} = 1.$

21. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 3,\ \lambda_{2,3} = -1.$

22. $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & -2 \\ 4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 2,\ \lambda_{2,3} = 3.$

23. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 0,\ \lambda_{2,3} = 1.$

24. $A = \begin{pmatrix} 0 & -4 & 0 \\ 1 & -4 & 0 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$, $\lambda_{1,2,3} = -2.$

25. $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -15 \\ 1 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & -6 \end{pmatrix}$, $\lambda_{1,2,3} = -1.$

26. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $\lambda_{1,2,3} = 2.$

27. $A = \begin{pmatrix} 12 & -6 & -2 \\ 18 & -9 & -3 \\ 18 & -9 & -3 \end{pmatrix}$, $\lambda_{1,2,3} = 0.$

28. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 4 & 10 & -12 \\ 3 & 6 & -7 \end{pmatrix}$, $\lambda_{1,2,3} = 2.$

29. $A = \begin{pmatrix} 9 & -6 & -2 \\ 18 & -12 & -3 \\ 18 & -9 & -6 \end{pmatrix}$, $\lambda_{1,2,3} = -3.$

30. $A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & -15 \\ 1 & 3 & -5 \\ 1 & 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\lambda_{1,2,3} = 1.$

2.5. Найти e^A:

1) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

2) $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

5) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

6) $A = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$

7) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

8) $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

9) $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

10) $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

12) $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

11) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

13) $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

14) $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

15) $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

16) $A = \begin{pmatrix} -7 & 1 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$

17) $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -2 & 11 \end{pmatrix}$

18) $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

19) $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$

20) $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

21) $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -20 & 6 \end{pmatrix}$

Литература, рекомендуемая при решении задач:

1. *Матвеев Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям.*
2. *Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений.*
3. *Филиппов А.Ф. Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям.*